

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

**ЗАТВЕРДЖУЮ:**

Голова Предметної комісії

\_\_\_\_\_ Михайло САВЧУК

« \_\_\_\_ » « \_\_\_\_\_ » 2023 р.

**ПОГОДЖЕНО:**

Проректор з навчальної роботи

\_\_\_\_\_ Анатолій МЕЛЬНИЧЕНКО

м.п.

« \_\_\_\_ » « \_\_\_\_\_ » 2023 р.

**ПРОГРАМА**  
**ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ІСПИТУ**  
**для здобуття наукового ступеня доктор філософії**  
**за спеціальністю 113 Прикладна математика**

*Програму рекомендовано Вченими радами  
Навчально-наукового фізико-технічного інституту  
та Факультету прикладної математики*

**Київ 2023**

## ЗМІСТ

I. Загальні відомості.....	3
II. Теми, що виносяться на екзаменаційне випробування.....	4
III. Навчально-методичні матеріали.....	7
IV. Рейтингова система оцінювання.....	10
V. Приклад екзаменаційного білету.....	11

## I. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Додатковий вступний іспит на навчання для здобуття наукового ступеня доктор філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика» проводиться для тих вступників, які мають ступінь магістра<sup>1</sup>, але за іншою спеціальністю.

Освітня програма «Прикладна математика» відповідає місії та стратегії КПІ ім. Ігоря Сікорського, за якою стратегічним пріоритетом університету є надання фундаментальної освітньо-наукової та освітньо-професійної підготовки фахівців. Особливості освітньої програми враховані шляхом обрання відповідних розділів і питань програми додаткового вступного іспиту. Проведення вступного випробування має виявити – чи є достатнім рівень підготовки вступника до опанування навчальної програми за спеціальністю 113 Прикладна математика на основі здобутих раніше компетентностей магістра за іншою спеціальністю.

Теоретичні питання додаткового вступного іспиту можна поділити на 6 розділів:

- 1) математичний та функціональний аналіз;
- 2) алгебра та геометрія;
- 3) дискретна математика;
- 4) алгоритми та структури даних;
- 5) диференціальні рівняння, рівняння математичної фізики;
- 6) методи оптимізації та дослідження операцій.

Ці розділи містять питання з прикладних та теоретичних дисциплін, що широко застосовуються для вирішення задач прикладної математики і орієнтовані на спеціальну професійну підготовку вступника.

Завдання додаткового вступного іспиту складається з двох питань за різними розділами програми. Додатковий вступний іспит зі спеціальності проводиться у формі усного екзамену.

Тривалість підготовки вступника до відповіді – 2 академічні години.

У наступному розділі програми наведені ті теми з зазначених розділів, які стосуються виконання завдань додаткового вступного іспиту.

Інформація про правила прийому на навчання та вимоги до вступників освітньої програми 113 «Прикладна математика» наведено в розділі «Вступ до аспірантури» на веб-сторінці аспірантури та докторантури КПІ ім. Ігоря Сікорського за посиланням <https://aspirantura.kpi.ua/>

---

<sup>1</sup> Відповідно до п.2 Розділу XV закону Про вищу освіту вища освіта за освітньо-кваліфікаційним рівнем спеціаліста прирівнюється до вищої освіти ступеня магістра.

## II. ТЕМИ, ЩО ВІНОСЯТЬСЯ НА ДОДАТКОВИЙ ВСТУПНИЙ ІСПИТ

### 1. Математичний та функціональний аналіз

1.1. Числові послідовності. Теорія границь. Граничний перехід у сумі, добутку, частці, види невизначеностей та способи розкриття. Неперервні функції та їх властивості.

1.2. Похідна та диференціал. Властивості. Похідні та диференціали вищих порядків.

1.3. Поняття числового ряду та його суми. Ознаки збіжності числових рядів. Поняття функціонального ряду та його області збіжності. Степеневий ряд Тейлора.

1.4. Інтеграл Римана та Лебега. Кратні інтеграли. Властивості.

1.5. Локальні екстремуми функції декількох змінних. Необхідні та достатні умови локального екстремуму. Умовні екстремуми. Необхідні та достатні умови умовного екстремуму.

1.6. Означення та приклади метричних просторів, повнота, поповнення. Теорема про нерухому точку стискаючих відображень.

1.7. Нормовані та банахові простори, лінійні функціонали та оператори, їх норми. Евклідові та гільбертові простори.

### 2. Алгебра та геометрія

2.1. Вектори, лінійні операції, векторні простори, базис, декартова система координат. Скалярний, векторний, мішаний добуток векторів, їх властивості. Евклідовий простір.

2.2. Аналітична геометрія: рівняння основних геометричних об'єктів на площині та у просторі.

2.3. Матриці, операції над ними. Ранг матриці. Підстановки та перестановки.

2.4. Визначники  $n$ -го порядку, їх властивості. Техніка обчислення визначників.

2.5. Однорідні системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Неоднорідні системи лінійних рівнянь. Теорема Кронекера-Капеллі.

2.6. Поліноми. Розкладання поліномів на множники. Корені поліномів, методи знаходження коренів.

2.7. Групи, кільця, поля. Означення, властивості.

### **3. Дискретна математика**

**3.1.** Множини та мультимножини, операції з множинами та мультимножинами, потужність.

**3.2.**  $M$ -арні відношення на множинах. Бінарні відношення, способи подання (явний, графічний, матричний). Операції над відношеннями. Властивості бінарних відношень (рефлексивність, симетричність, транзитивність).

**3.3.** Відношення еквівалентності, класи еквівалентності, теорема про фактор-множину.

**3.4.** Відношення часткового та строгого порядку, мінімальні, максимальні, найменші, найбільші елементи множини відносно часткового порядку; теорема про єдиність найменшого (найбільшого) елемента.

**3.5.** Графи: визначення і класифікація. Способи представлення графів (матриця суміжності, матриця інцидентності, списки суміжності).

**3.6.** Операції над графами. Лема про рукостискання та її наслідки. Обхід вершин графу: пошук в глибину, пошук в ширину. Алгоритми Крускала, Пріма, Дейкстри. Ойлерові та гамільтонові цикли.

### **4. Алгоритми та структури даних**

**4.1.** Методи сортування. Сортування вставками та метод швидкого сортування. Приклади.

**4.2.** Методи сортування. Сортування вибором та метод Шелла. Приклади.

**4.3.** Структура даних стек. Операції зі стеком: перевірка на відсутність елементів, додавання елемента, видалення елемента. Приклади.

**4.4.** Структура даних черга. Операції з чергою: перевірка на відсутність елементів, додавання елемента, видалення елемента. Приклади.

**4.5.** Двійкові дерева пошуку. Алгоритми пошуку, знаходження мінімального (максимального) елемента у бінарному дереві пошуку. Приклади.

**4.6.** Двійкові дерева пошуку. Алгоритми додавання, видалення елемента у бінарному дереві пошуку. Приклади.

**4.7.** Хеш-таблиці. Вирішення колізій у хеш-таблицях. Приклади.

### **5. Диференціальні рівняння. Рівняння математичної фізики**

**5.1.** Диференціальні рівняння – основні поняття. Теорема щодо існування та єдності розв'язку задачі Коші. Диференціальні рівняння 1-го порядку та 2-го порядку, що допускають зниження порядку.

**5.2.** Лінійні диференціальні рівняння. Структура розв'язків лінійних однорідних та неоднорідних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні

диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Розв'язання лінійних диференціальних рівнянь операційним методом.

**5.3.** Системи лінійних диференціальних рівнянь.

**5.4.** Метод послідовних наближень для розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.

**5.5.** Вступ до теорії стійкості руху, основні поняття. Визначення стійкості за Ляпуновим.

**5.6.** Основні рівняння математичної фізики. Отримання основних рівнянь математичної фізики.

**5.7.** Рівняння гіперболічного типу. Коливання струн та стрижнів. Крайові та початкові умови. Задача Коші. Редукція загальної задачі. Метод Фур'є (відокремлення змінних).

**5.8.** Рівняння параболічного типу. Розповсюдження тепла у просторі. Однорідна крайова задача. Застосування методу відокремлення змінних для розв'язання задач стаціонарної теплопровідності.

**5.9.** Рівняння еліптичного типу. Задачі, що призводять до рівняння Лапласу. Розв'язок задач для диференціальних рівнянь еліптичного типу з частинними похідними методом Фур'є.

**5.10.** Гармонійні функції. Формули Гріну. Властивості гармонічних функцій. Метод функцій Гріну. Задача Діріхле для рівнянь Лапласу. Основи теорії потенціалу.

## **6. Методи оптимізації та дослідження операцій**

**6.1.** Задача лінійного програмування. Графічний метод розв'язання задачі лінійного програмування.

**6.2.** Задача лінійного програмування. Симплексний метод розв'язання задачі лінійного програмування.

**6.3.** Теорія двоїстості. Побудова двоїстих задач лінійного програмування.

**6.4.** Транспортна задача. Методи побудови опорного плану. Метод потенціалів.

**6.5.** Задача дробово-лінійного програмування. Зведення задачі дробово-лінійного програмування до задачі лінійного програмування.

**6.6.** Динамічне програмування. Основні види задач динамічного програмування.

**6.7.** Нелінійне програмування. Метод множників Лагранжа.

**6.8.** Квадратичне програмування.

**6.9.** Цілочислове програмування. Основні методи розв'язання задач цілочислового програмування.

### III. НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНІ МАТЕРІАЛИ

#### Література до 1-го розділу

1. Чертов О.Р. Математичний аналіз (для програмістів). Частина I. — К.: Промені, 2017. — 280 с.
2. Чертов О.Р., Сірик С.В. Математичний аналіз : практикум : У 2 ч. — Ч. 1. — К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2017. — 140 с.
3. Дзядик В.К. Математичний аналіз. — К.: Вища школа, 1995. — 495 с.
4. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 1. — К.: Либідь, 1993. — 320 с.
5. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Частина 2. — К.: Либідь, 1994. — 304 с.
6. Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 1. — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. — 334 с.
7. Легеза В.П. Математичний аналіз. Том 2. — К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. — 399 с.
8. Колмогоров А.М., Фомін С. В. Елементи теорії функцій та функціонального аналізу. — Київ : Наукова думка, 1977. — 578 с.

#### Література до 2-го розділу

9. Мальчиков В.В., Третиник В.В., Костенко К. О. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Частина 1. — Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. — 194 с.
10. Зайцев Є.П. Вища математика. Лінійна та векторна алгебра. Аналітична геометрія. Вступ до математичного аналізу. - Київ : Алерта, 2017. - 572 с.
11. Парамонова С.М. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. - К. : НТУУ «КПІ», 2007. - 124 с.
12. Марчук Р.А. Курс аналітичної геометрії та лінійної алгебри. - Хмельницький: ХНУ, 2005. - 255 с.
13. Авдєєва Т.В., Шраменко В.М. Лінійна алгебра в задачах та прикладах. - Київ : НТУУ «КПІ», 2016. -206 с.

#### Література до 3-го розділу

14. Капітонова Ю.В., Кривий С.Л., Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. Основи дискретної математики. — К.: Наукова думка, 2002. — 580 с.
15. Темнікова О.Л. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 1) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна

математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» / О.Л. Темнікова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,97 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 154 с.

**16.** Темнікова О.Л. Дискретна математика: Конспект лекцій (Частина 2) [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 113 «Прикладна математика», освітньої програми «Наука про дані та математичне моделювання» КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 1,84 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 128 с.

**17.** Бардачов Ю.М., Соколова Н.А., Ходаков В.Є. Дискретна математика. – К.: Вища школа. 2002. – 287 с.

**18.** Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретна математика. – К.: Видавнича група ВНУ. 2007. – 368 с.

**19.** Темнікова О.Л. Дискретна математика: практикум з дисципліни «Дискретна математика» для студентів спеціальності 113 «Прикладна математика» [Електронне видання] – К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 88 с.

#### Література до 4-го розділу

**20.** Лавренюк А.М., Куссуль Н.М., Шелестов А.Ю. Алгоритми та структури даних [Електронний ресурс] : методичні вказівки до комп'ютерного практикуму для студентів спеціальностей 125 Кібербезпека, 113 Прикладна математика / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. А. М. Лавренюк, Н. М. Куссуль, А. Ю. Шелестов. – Електронні текстові дані (1 файл: 264 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 24 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/43503>.

**21.** Крєневич А.П. Алгоритми і структури даних. Підручник. – К.: ВПЦ "Київський Університет", 2021. – 200 с.

**22.** Томас Г. Кормен. Алгоритми доступно. - Видавництво К.І.С., 2021 (Google Books)

**23.** Томас Г. Кормен, Чарлз Е. Лейзерсон, Роналд Л. Рівест і Кліффорд Стайн. Вступ до алгоритмів / Переклад з англійської (третього видання). - К.І.С., 2019 - 1288 с. (Google Books)

**24.** Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L.; Stein, Clifford. Introduction to Algorithms. — Fourth Edition. — MIT Press, 2022.

**25.** Sedgewick, Robert. Algorithms, 3rd Edition, in C++, Parts 1–4: Fundamentals, Data Structures, Sorting, and Searching. Reading, MA: Addison-Wesley, 1998.

**26.** Sedgewick, Robert. Algorithms, 3rd Edition, in C++, Part 5: Graph Algorithms. Reading, MA: Addison-Wesley, 2002.

### Література до 5-го розділу

27. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – Київ: Либідь, 1994. – 337 с.

28. Шкіль М.І., Сотніченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння. – Київ: Вища школа, 1992. – 350 с.

29. Вірченко Н.О. Основні методи розв'язання задач математичної фізики. – К.: Інтрес: Воля, 2006. – 332 с.

30. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2001. – 336 с.

31. Маркович Б.М. Рівняння математичної фізики. – Львів: Вид-во Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 384 с.

### Література до 6-го розділу

32. Ладогубець В.В., Ладогубець Т.С., Ладогубець О.В. Алгоритми параметричної оптимізації складних систем (курс лекцій). – К.: «Аверс», 2006. – 139 с.

33. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. – К.: Видавничий дім «Слово», 2003. – 688 с.

34. Фартушний, Іван Дмитрович. Курс дослідження операцій : навчальний посібник для студ. вищих навч. закладів / І.Д. Фартушний, М.Г. Охріменко, І.Ю. Дзюбан ; МОН України, НТУУ "КПІ". – Київ : НТУУ "КПІ", 2016. – 207 с.

35. Бартіш М.Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів : Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2006. – 223 с.

36. Вітлінський В.В., Наконечний С.І., Терещенко Т.О. Математичне програмування. – К.: КНЕУ, 2001. – 248 с.

#### **IV. РЕЙТИНГОВА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДОДАТКОВОГО ВСТУПНОГО ІСПИТУ**

1. Додатковий вступний іспит проводиться у формі тесту.
2. Екзаменаційний білет включає 10 тестових питань освітньо-професійного напрямку за різними розділами програми. У випадку дистанційного навчання тест проводиться на платформі дистанційного навчання Сікорський.
3. За результатами додаткового вступного іспиту вступник отримує одну із двох наступних оцінок: «Зараховано», «Не зараховано».
4. Для отримання оцінки «Зараховано» вступник повинен надати правильні відповіді не менше ніж на 6 питань тесту.

**V. ПРИКЛАД ЕКЗАМЕНАЦІЙНОГО БІЛЕТУ  
ДОДАТКОВОГО ІСПИТУ**

**Форма № Н-5.05**

**Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

(повне найменування вищого навчального закладу)

Освітній ступінь доктор філософії

Спеціальність 113 «Прикладна математика»

(назва)

Навчальна дисципліна Додатковий вступний іспит

**ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ ДОДАТКОВОГО ІСПИТУ № 1**

*Питання 1.* Задано дійснозначні функції на відрізку  $[a, b]$  :

- $f(x)$  – обмежена і має скінченне число точок розриву на  $[a, b]$ ;
- $g(x)$  – монотонна функція на  $[a, b]$ ;
- $h(x)$  – має одну точку розриву на  $[a, b]$ .

Для якої функції не завжди існує інтеграл Римана?

*Варіанти відповідей*

- А. Для функції  $f(x)$ .  
Б. Для функції  $g(x)$ .  
В. Для функції  $h(x)$ .

*Питання 2.* Чому дорівнює потужність об'єднання мультимножин:

$A = \{a^2, b^3, e^7, f\}$  і  $B = \{b^7, e^6, f, d^5\}$  ?

*Питання 3.* Знайти найбільший спільний дільник многочленів:

$x^5 - x^4 - 4x^3 + 16$  і  $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 8x + 4$ .

*Варіанти відповідей*

- А.  $2x^3 - x^2 + 5$ .  
Б.  $x^3 - x^2 - 4$ .  
В.  $x^3 - 2x^2 - 1$ .  
Г.  $x^3 - 3x^2 + 4$ .  
Д. 1.

*Питання 4.* Скільки векторів містить фундаментальна система розв'язків алгебраїчної системи з трьох рівнянь та семи невідомих?

*Варіанти відповідей*

- А. 4.
- Б. 5.
- В. Від 3 до 6 векторів в залежності від рангу системи.
- Г. Від 4 до 6 векторів в залежності від рангу системи.
- Д. Жодна із наведених вище відповідей не є правильною.

*Питання 5.* Визначити тип рівняння  $u_{xx} + u_{yy} + 5u_x + u = 0$ .

*Варіанти відповідей*

- А. Еліптичний.
- Б. Параболічний.
- В. Гіперболічний.
- Г. Не можна визначити.
- Д. Інший.

*Питання 6.* Яка з запропонованих множин є фундаментальною системою розв'язків рівняння  $y''' - y' = 0$ ?

*Варіанти відповідей*

- А.  $\{1, \sin x, \cos x\}$ .
- Б.  $\{e^{3x}, 1, e^x\}$ .
- В.  $\{e^{3x}, e^x, e^{-x}\}$ .
- Г.  $\{e^x, \sin x, \cos x\}$ .
- Д.  $\{e^x, 1, e^{-x}\}$ .

*Питання 7.* З яких позицій стека можна отримувати елементи?

*Варіанти відповідей*

- А. Лише з дна стека.
- Б. З будь-якої позиції.
- В. З будь-якої позиції, крім дна стека.
- Г. Лише з вершини.
- Д. З будь-якої позиції, крім вершини стека.

*Питання 8.* Яка асимптотична складність алгоритму сортування  $n$  елементів за методом вибору?

*Варіанти відповідей*

- А.  $O(n)$ .
- Б.  $O(n \ln n)$ .
- В.  $O(n^3)$ .
- Г.  $O(n^2)$ .
- Д.  $O(n^{4/3})$ .

*Питання 9.* Закінчити речення. «Вектор антиградієнта спрямований ...»

*Варіанти відповіді:*

- А. «... у бік якнайшвидшого зменшення цільової функції».
- Б. «... у бік якнайшвидшого зростання цільової функції».
- В. «... у бік якнайшвидшої зміни цільової функції».
- Г. «... у бік якнайшвидшого усереднення цільової функції».
- Д. «... у бік якнайшвидшого прискорення цільової функції».

*Питання 10.* Дати визначення поняття «Лінія рівня».

*Варіанти відповіді:*

- А. Множина точок, для яких цільова функція  $f(x_1, x_2)$  набуває постійного значення.
- Б. Послідовність значень цільової функції, одержуваних методом спуску.
- В. Послідовність точок, які одержуються методом спуску.
- Г. Множина точок, які приймають середнє значення цільової функції  $f(x_1, x_2)$  на конкретній множині
- Д. Множина точок екстремуму функції  $f(x_1, x_2)$ .

**Затверджено**

Гарант освітньої програми

\_\_\_\_\_ Наталія КУССУЛЬ

Київ 2023

**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

Куссуль Наталія Миколаївна,  
доктор техн. наук, проф.,  
завідувач кафедри математичного моделювання  
та аналізу даних НН ФТІ

\_\_\_\_\_

Чертов Олег Романович,  
доктор техн. наук, проф.,  
завідувач кафедри прикладної математики ФПМ

\_\_\_\_\_

Маслянюк Павло Павлович,  
кандидат техн. наук, с.н.с.,  
доцент кафедри прикладної математики ФПМ

\_\_\_\_\_

Савчук Михайло Миколайович,  
член-кор. НАН України, доктор фіз.-мат. наук,  
професор кафедри математичних методів  
захисту інформації НН ФТІ

\_\_\_\_\_

Яковлев Сергій Володимирович,  
кандидат техн. наук,  
в.о. завідувача кафедри математичних методів  
захисту інформації НН ФТІ

\_\_\_\_\_

**Програму рекомендовано:**

Вченою радою Навчально-наукового фізико-технічного інституту

Голова Вченої ради

\_\_\_\_\_ Олексій НОВІКОВ

протокол № 1 від 31 січня 2022 р.

Вченою радою Факультету прикладної математики

Голова Вченої ради

\_\_\_\_\_ Іван ДИЧКА

протокол № 6 від 31 січня 2022 р.