

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

*Затверджую*



Голова Приймальної комісії

декан

Анатолій МЕЛЬНИЧЕНКО

28 березня 2025 р.

*дата*

**Навчально-науковий фізико-технічний інститут**

*повна назва факультету/навчально-наукового інституту*

**ПРОГРАМА  
фахового іспиту**

для вступу на освітньо-наукову програму підготовки магістра  
«Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп’ютерного зору»

*за спеціальністю F1 Прикладна математика*

Програму ухвалено:

Вченого Радою Навчально-наукового  
фізико-технічного інституту

Протокол № 3 від 24 березня 2025 р.

Голова Вченої Ради

Олексій НОВІКОВ

## **ВСТУП**

Програма фахового іспиту передбачає перевірку набуття вступником компетентностей та результатів навчання, що визначені стандартом вищої освіти за спеціальністю F1 «Прикладна математика» для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

Програма фахового іспиту для вступу на освітню програму підготовки магістра «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп’ютерного зору» за спеціальністю F1 «Прикладна математика» складена на основі відповідної бакалаврської освітньої програми.

Програма побудована з наступних розділів: загальна (спільна) частина, та варіативні частини, які забезпечують можливість вибору для вступника.

Фаховий іспит здійснюється в письмовій формі. Білет містить чотири питання (два теоретичні та два практичні з різних розділів програми).

Тривалість фахового іспиту – 2 астрономічні години, перерви немає. Екзаменований вільно розподіляє свій час між усіма завданнями.

## **РОЗДІЛ I.**

1. Поняття границі послідовності та функції. Критерій Коші існування граници послідовності та функції. Граничний перехід у сумі, добутку, відношенні та у нерівностях. Число  $e$ . Означення похідної та її властивості у випадку однієї та декількох змінних. Локальні та глобальні екстремуми функції декількох змінних. Умовні екстремуми та алгоритм їх знаходження. Первісна та визначений інтеграл. Теорема Ньютона-Ляйбніца. Основні інтегральні формули аналізу (Гріна на площині, Остроградського-Гаусса та Стокса у просторі).
2. Поняття числового ряду та його суми. Абсолютна та умовна збіжності. Основні ознаки збіжності числових рядів. Степеневі ряди. Ряди Тейлора для найважливіших елементарних функцій. Дійсна та комплексна форма ряду Фур’є для періодичної функції, формули для знаходження коефіцієнтів. Інтегральне перетворення Фур’є, його дійсна та комплексна форма. Косинус- та синус-перетворення Фур’є.
3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Теорема Кронекера–Капеллі. Фундаментальна система розв’язків. Лінійні операції над матрицями та множення матриць. Обернена матриця та її знаходження. Матриця лінійного оператора та її перетворення при заміні базису. Власні вектори та власні значення матриці. Алгоритм їх пошуку.
4. Лінійні диференціальні рівняння 1-ого порядку та рівняння Бернуллі. Однорідні диференціальні рівняння та рівняння у повних диференціалах. Побудова загального розв’язку однорідного лінійного диференціального рівняння із сталими коефіцієнтами вищого порядку. Знаходження частинних розв’язків для спеціальних правих частин неоднорідних рівнянь. Диференціальні рівняння другого порядку, що припускають його зниження та

методи їх розв'язування. Метод Ейлера розв'язку систем лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.

5. Випадкові події та стохастичний експеримент. Випадкові величини та випадкові вектори. Функції розподілу. Незалежні випадкові величини. Дискретні та неперервні випадкові величини та їх характеристики. Умовна ймовірність. Дискретний та неперервний розподіли Бернуллі та Гаусса.

6. Вибірка, варіаційний ряд та емпірична функція розподілу; вибіркові характеристики; порядкові статистики. Класифікація оцінок; незміщені оцінки з мінімальною дисперсією; принцип достатності та оптимальні оцінки; оцінки найбільшої правдоподібності; метод моментів; довірчі інтервали та інтервальне оцінювання. Статистичні гіпотези та статистичні критерії; критерії згоди; перевірка гіпотези про вигляд розподілу, критерій ; параметричні гіпотези; вибір з двох простих гіпотез; критерій Неймана-Пірсона; складні гіпотези; критерій відношення правдоподібності.

7. Розв'язання СЛАР. Метод вибору головного елемента, єдиного ділення, квадратного кореня, простої ітерації та Зейделя. Необхідна і достатня умова збіжності.

8. Розв'язання систем нелінійних алгебраїчних рівнянь: метод простої ітерації, Ньютона для систем двох та n рівнянь.

9. Обчислення власних чисел та векторів матриць: методи Данілевського, Якобі, Крилова, степеневий метод.

10. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Інтерполяційний многочлен Ньютона з розділеними різницями. Побудова формул чисельного диференціювання шляхом диференціювання інтерполяційного многочлена. Похибка формул чисельного диференціювання.

11. Числові методи розв'язання задачі Коші та краївих задач для системи звичайних диференційних рівнянь: методи Ейлера, Рунге-Кутта та Адамса, метод скінчених різниць.

12. Числові методи розв'язання краївих задач для систем диференційних рівнянь у часткових похідних: метод побудови явних та неявних різницевих схем, методи побудови скінчено-різницевих схем для рівнянь гіперболічного, еліптичного типу, поняття про метод скінченних елементів.

13. Класифікація моделей. Основні властивості моделей (адекватність, чутливість, несуперечливість). Види та етапи моделювання.

14. Фізичне та математичне моделювання. Детерміновані, евристичні, імітаційні та ймовірнісні моделі. Внутрішні та зовнішні збурення.

15. Загальна схема побудови математичної моделі.

16. Генерація випадкових чисел з визначенім розподілом.

17. Методи генерації випадкових чисел.

18. Моделювання випадкових подій. Метод Монте-Карло.

19. Мережі Петрі, графічне та аналітичне зображення, основні задачі та характеристики.

20. Стратегічне i тактичне планування експериментів. Факторні експерименти.

21. Багатокритеріальні рішення. Метод лінійної згортки. Домінування за Парето.
22. Функції вибоу (ФВ) та БВ. Класифікація ФВ. Умова Плотта.
23. Поняття R-оптимальності, найкращого, найгіршого, максимального й мінімального елементів
24. Поняття ефективної альтернативи. Властивості ефективних альтернатив і способи їх пошуку
25. Методи нормалізації критеріїв. Методи врахування жорсткого пріоритету. Методи врахування гнучкого пріоритету.
26. Методи зведення до узагальненого критерію (згортки). Метод головного критерію. Метод послідовних поступок.
27. Визначення нечіткої множини. Операції над нечіткими множинами. Відстань між нечіткими підмножинами. Спеціальні операції над нечіткими множинами. Нечіткі відношення, їх властивості та класифікація.
28. Функції корисності (ФК) в задачах вибору.
29. Відношення еквівалентності, байдужості, переваги, домінування.
30. Критерії Вальда, Савіджа, Гурвіца, Ходжеса-Лемана.
31. Задачі лінійного програмування (ЗЛП): їх типи, поняття плану. Графічний метод розв'язування ЗЛП. Симплекс-метод для ЗЛП у стандартній формі.
32. Теорема двоїстості.
33. Чисельні методи одновимірної оптимізації. Симетричні методи: метод ділення відрізка навпіл, метод золотого перетину, метод Фібоначчі.
34. Чисельні методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації. Метод градієнтного спуску, його властивості та способи вибору кроку. Метод спряжених градієнтів.
35. Метод штучного базису для задач лінійного програмування.
36. Метод найшвидшого спуску. Умови збіжності методу.
37. Чисельні методи розв'язування задач умовної оптимізації. Методи послідовної безумовної оптимізації (методи штрафних функцій). Методи можливих напрямків: метод проекції градієнта, метод умовного градієнта.
38. Ідентифікація та обробка пропусків в даних. Нормалізація та стандартизація даних.
39. Коefіцієнт кореляції. Кореляція Пірсона. Теплова карта кореляції.
40. Асоціація між 2 змінними. Тест хі-квадрат.
41. Побудова моделі. Лінійна регресія. Багатофакторна лінійна регресія. Поліноміальна регресія. Перенавчання.
42. Ridge-регресія. Підбір параметрів моделі – Grid search.
43. Поняття персепtronу. Метод k-найближчих сусідів. Алгоритми кластеризації. Визначення оптимальної кількості кластерів.
44. Міри якості моделі. Оцінка якості моделі.
45. Прогнозування і прийняття рішень.
46. Методи візуалізації моделей.

## РОЗДІЛ II.

1. Обрахунок границь, похідних та інтегралів. Дослідження на екстремум.
2. Збіжність рядів. Розвинення в ряди Тейлора та Фур'є.
3. Системи лінійних рівнянь. Обернена матриця. Задача на власні значення.
4. Диференціальні рівняння: лінійні, Бернуллі, однорідні, у повних диференціалах, зі сталими коефіцієнтами. Системи лінійних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.
5. Кількісні характеристики дискретних випадкових величин. Задачі на біноміальний розподіл, геометричний, гіпергеометричний розподіл, розподіл Пуассона.
6. Неперервні випадкові величини та вектори, їх властивості та характеристики.
7. Розв'язання систем рівнянь методом простої ітерації.
8. Метод скалярних добутків знаходження власних значень матриць.
9. Інтерполяційна формула Лагранжа.
10. Метод Ейлера розв'язання задачі Коші.
11. Аналіз стійкості поліномів.
12. Побудова генераторів випадкових чисел з визначеним розподілом.
13. Знаходження сумісно можливих подій та мови подій за мережею Петрі.
14. Побудова факторних планів експериментів.
15. Вправа на представлення бінарних відношень.
16. Властивості бінарних відношень.
17. Багатокритеріальна оптимізація (метод Парето, лінійна згортка, лексикографічна).
18. Обчислення значень нормальних функцій вибору.
19. Метод звичайного градієнтного спуску.
20. Мінімізація функції методом спряжених напрямів.
21. Симплекс-метод розв'язання задачі лінійного програмування.
22. Розв'язання задач нелінійного програмування.
23. Оцінка параметрів розподілу використовуючи метод максимальної правдоподібності.
24. Пошук аномальних даних використовуючи відомі методи (Z-score).
25. Побудова довірчих інтервалів.
26. Перевірка гіпотез.

## **ПРИКІНЦЕВІ ПОЛОЖЕННЯ**

### **ВИКОРИСТАННЯ ДОПОМОЖНОГО МАТЕРІАЛУ**

Під час відповідей на теоретичні питання користуватися допоміжною літературою забороняється. Для розв'язання задач дозволяється користуватися калькулятором.

### **КРИТЕРІЙ ОЦІНЮВАННЯ**

На фаховому іспиті вступник отримує екзаменаційний білет, який включає чотири питання з переліку зазначених вище тем і розділів навчальних дисциплін: два теоретичних та два практичних. Відповідь на кожне питання оцінюється у 25 балів.

Відповідь на теоретичне питання фахового іспиту оцінюється за бальною шкалою за таким порядком визначення:

- 24...25 – правильна, вичерпна відповідь, що містить всі визначення, твердження та доведення (обсяг виконання 95-100%);
- 21...23 – повна відповідь із деякими непринциповими неточностями (містить не менше 85% потрібної інформації);
- 19...20 – достатньо повна відповідь із незначними неточностями у визначеннях та/або доведеннях (містить не менше 75% потрібної інформації);
- 17...18 – достатня відповідь, яка однак містить значні неточності у визначеннях та/або доведеннях (містить не менше 65% потрібної інформації);
- 15...16 – неповна, але задовільна відповідь (містить не менше 60% потрібної інформації, окремі суттєві помилки);
- менше 15 – нездовільна відповідь із грубими помилками (містить менше 60% потрібної інформації).

Відповідь на практичне питання (задачу) фахового іспиту оцінюється за бальною шкалою за таким порядком визначення:

- 24...25 – повне, безпомилкове, відмінне розв'язання завдання (обсяг виконання 95-100%);
- 21...23 – повне розв'язання завдання з несуттєвими описками або помилками, які не впливають на основний зміст розв'язку; розв'язання, яке містить не всі необхідні пояснення (містить не менше 85% потрібної інформації);
- 19...20 – розв'язання завдання з невеликими помилками, які несуттєво впливають на основний зміст розв'язку, або без значної частини необхідних пояснень (містить не менше 75% потрібної інформації);
- 17...18 – завдання виконане задовільно, але із помилками, які впливають на зміст розв'язку, або без суттєвої частини необхідних пояснень (містить не менше 65% потрібної інформації);

- 15...16 – завдання виконане задовільно, з помилками або без необхідних теоретичних пояснень (містить не менше 60% потрібної інформації);
- менше 15 – завдання виконано незадовільно, із грубими помилками, без необхідних пояснень, або не виконано взагалі.

Загальна оцінка за фаховий іспит обчислюється як сума балів, отриманих за відповіді на кожне з чотирьох питань білету. Максимальна кількість балів – 100. Мінімальна кількість балів, що дає право продовжувати брати участь у конкурсному відборі — 60.

Одержанна оцінка за фаховий іспит за стобальною шкалою перераховується в оцінку за шкалою 100..200 балів за Таблицею відповідності:

Таблиця відповідності оцінок РСО (60...100 балів)  
оцінкам 200-бальної шкали (100...200 балів)

шкала РСО	шкала 100...200	шкала РСО	шкала 100...200	шкала РСО	шкала 100...200	шкала РСО	шкала 100...200
60	100	70	140	80	160	90	180
61	105	71	142	81	162	91	182
62	110	72	144	82	164	92	184
63	115	73	146	83	166	93	186
64	120	74	148	84	168	94	188
65	125	75	150	85	170	95	190
66	128	76	152	86	172	96	192
67	131	77	154	87	174	97	194
68	134	78	156	88	176	98	196
69	137	79	158	89	178	99	198
						100	200

### Типові завдання

#### *Білет № 3*

1. Метод простору станів. Приклади представлення математичних моделей у формі простору станів.
2. Розв'язання СЛАР. Метод простої ітерації. Необхідна і достатня умова збіжності.
3. Дослідити стійкість поліному:  $p^5 + 4p^4 + 5p^3 + 4p^2 + 3p + 1$ .
4. Задати відношення «менше або дорівнює» на множині цілих чисел від одного до десяти за допомогою матриці.

### Перелік джерел для самостійної підготовки

1. Дубовик В. П., Юрік І. І. Вища математика/ Навч. посібник. – К.: в-во «Вища Школа». – 1993. – 648 с.
2. Овчинников П. П., Михайленко В. М. Вища математика: підручник. У 2 ч. – К.: в-во «Техніка», 2003-2004. – 552/792 с.
3. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. Навчальний посібник у 2-х кн./Васильченко І. П., Данилов В. Я., Лобанов А. Т., Таран Є. Ю. – К.: Либідь, 1994. – Кн. 2. – 280 с.

4. Диференціальні рівняння [Електронний ресурс]: навчальний посібник для інженерних спеціальностей, для студентів, які навчаються за спеціальністю 131 «Прикладна механіка»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського/ уклад. І. М. Копась. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 126 с.
5. Рудавський Ю. К., Костробій П. П., Луник Х. П., Уханська Д. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія/ Навчальний посібник. – Л.: Видавництво Державного університету "Львівська політехніка", 1999. – 262 с.
6. Огірко О. І., Галайко Н. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.
7. Томашевський В. М. Моделювання систем. – К.: Видавнича група BHV. – 2005. – 352 с.
8. Попов Ю. Д., Тюптя В. І., Шевченко В. І. Методи оптимізації. Навчальний електронний посібник. – Київ: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003. – 215 с.
9. Задачин В. М., Конюшенко І. Г. Чисельні методи: навчальний посібник. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
10. О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко Моделі та методи прийняття рішень: навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл.– 3-є вид., перероб. – К.: «Видавництво Людмила», 2018. – 292 с.
11. Нестеренко О.В., Савенков О.І., Фаловський О.О. Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень: навчальний посібник; Київ, Національна академія управління, 2016, - 188 сторінки.
12. М.П. Бутко [та ін.] Теорія прийняття рішень: підручник для студентів вищих навчальних закладів; за загальною редакцією М.П. Бутка; Міністерство освіти і науки України; Чернігівський національний технологічний університет. – Київ: Центр учебової літератури, 2018. – 356 с.

#### Розробники програми:

д. т. н., проф. каф. ММАД

Наталя КУССУЛЬ

докт. філ., доц. каф. ММАД

Ганна ЯЙЛИМОВА

ст. вик. каф. ММАД

Павло НАКАЗНОЙ

доц. каф. ММАД

Іван ТЕРЕЩЕНКО

#### РЕКОМЕНДОВАНО

Кафедрою математичного моделювання та аналізу даних  
Протокол № 2 від 19 лютого 2025 р.

В.о. завідувача кафедри ММАД

Ганна ЯЙЛИМОВА