

ОПТИМІЗАЦІЯ РОБОТИ СТАНЦІЙ АЕРАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ АРБІТРАЖНОГО РІШЕННЯ НЕША

М. Г. Мельник¹, І. М. Терещенко¹

¹ Навчально-науковий Фізико-технічний інститут

Анотація

У цій роботі розглянуто питання підвищення ефективності роботи станцій аерації, що є одним з найбільш енерговитратних етапів очищення стічних вод. Основну увагу приділено математичному опису динаміки процесів аерації за допомогою систем диференціальних рівнянь. Для побудови ефективних стратегій керування витратами енергії використано методи оптимізації, а саме арбітражного рішення Неша. Окрім того, запропоновано підхід, що передбачає побудову компромісного розв'язку шляхом порівняння окремих сценаріїв функціонування.

Ключові слова: станція аерації, оптимальне керування, математичне моделювання, арбітражне рішення Неша

Вступ

Станції аерації відіграють вирішальну роль у системах біологічного очищення стічних вод, забезпечуючи подачу кисню, необхідного для підтримки життєдіяльності мікроорганізмів-очищувачів. Однак робота аераційного обладнання є одним із найбільших споживачів електроенергії в очисних спорудах. У зв'язку з цим проблема зниження витрат без шкоди для ефективності очищення є надзвичайно актуальною.

У цій роботі розроблено модель на основі диференціальних рівнянь для опису змін концентрації розчиненого кисню та інших ключових показників. На базі цієї моделі сформульовано задачу оптимізації, яка мінімізує енергоспоживання при дотриманні екологічних норм. Розглянуто підхід рішення Неша, порівнюючи кілька сценаріїв роботи станцій, що дає змогу знизити обчислювальні витрати при аналізі складних випадків.

1. Постановка задачі

Для побудови ефективної стратегії керування аераційним процесом необхідно враховувати динамічну природу змін основних параметрів, таких як об'єм рідини, концентрація забруднення та енергоспоживання. Одним з найбільш гнучких підходів до аналізу подібних систем є використання математичних моделей на основі диференціальних рівнянь[1].

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = Q_{in} - Q_{out} \\ \frac{dS(t)}{dt} = \frac{Q_{in}S_{in}}{V(t)} - \frac{Q_{out}S(t)}{V(t)} - \alpha P(t)S, \\ \frac{dP(t)}{dt} = \beta(S - S_{target}) - \lambda P(t) \end{cases}$$

де

$V(t)$ – об'єм води в резервуарі;

Q_{in}, Q_{out} – витрати води на вході та виході;

$S(t), S_{in}, S_{target}$ – концентрація забруднень у резервуарі, на вході та цільова;

$P(t)$ – потужність аерації;

α, β, λ – коефіцієнти ефективності очищення, реагування системи та загасання відповідно.

Оскільки процес аерації тісно пов'язаний із складними нелінійними процесами переносу речовин, його ефективне математичне представлення дозволяє моделювати різні варіанти навантаження на систему та виявити найбільш ощадливі режими її роботи. Це забезпечує основу для проведення багатокритеріального аналізу та побудови компромісних стратегій керування.

2. Опис моделі

Ці рівняння не лише математично описують зміну ключових параметрів системи, а й мають наочну інтерпретацію.

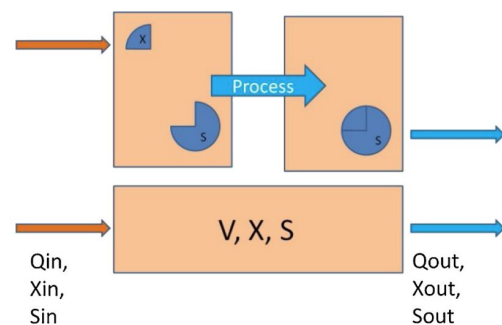


Рис. 1. Модель балансу.

На рисунку 1 схематично зображено гідравлічну

модель, що описує зміну об'єму води в резервуарі станції в залежності від припливу (Q_{in}) та відтоку (Q_{out})[2]. Цей процес формалізується рівнянням балансу об'єму:

$$\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out}.$$

Для нашої системи, при оптимізації енергоспоживання аерації, рівняння балансу об'єму використовується як обмеження, щоб забезпечити стабільність процесу. Потоки Q_{in} та Q_{out} можуть бути оптимізовані для енергії, необхідної для перекачування води, при цьому забезпечуючи достатній час перебування для ефективної аерації.

Для оцінки ефективності аерації було побудовано графіки динаміки зміни концентрації забруднення $S(t)$ та потужності аерації $P(t)$, що ілюструють поведінку системи в часі. Ці графіки побудовано на основі розв'язання системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{dS}{dt} = \frac{Q_{in}S_{in}}{V} - \frac{Q_{out}S}{V} - \alpha P(t)S.$$

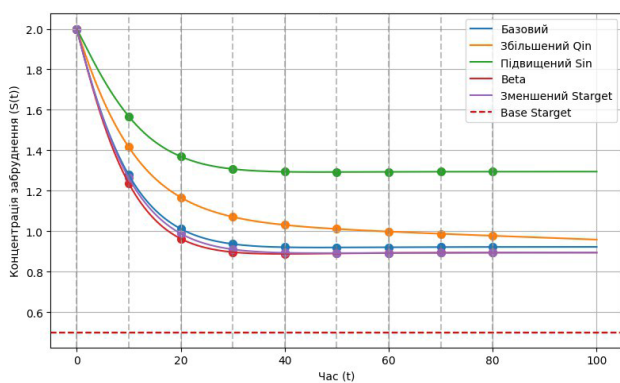


Рис. 2. Зміна концентрації забруднення з часом t .

Рисунок 2 демонструє, як змінюється концентрація забруднення у воді залежно від впливу припливу, відтоку та потужності аерації.

$$\frac{dP}{dt} = \beta(S - S_{target}) - \lambda P.$$

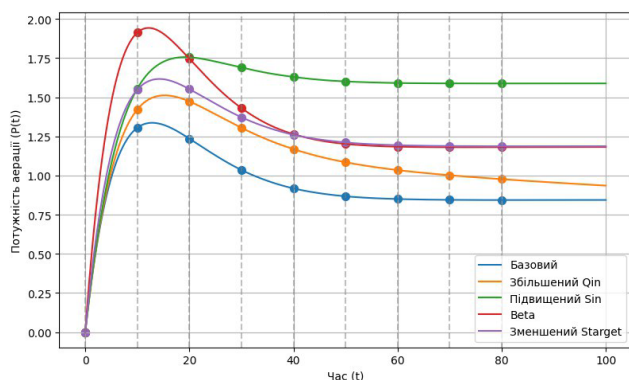


Рис. 3. Зміна потужності аерації з часом t

Рисунок 3, у свою чергу, відображає, як потужність аерації реагує на зміну концентрації забруднення відносно цільового рівня S_{target} .

Таке візуальне представлення дозволяє прослідкувати часову динаміку системи за різних вхідних умов і є основою для подальшого аналізу сценаріїв.

3. Оптимізація та сценарний аналіз

3.1. Формування матриці сценаріїв та візуалізація

На основі рисунку 2 та рисунку 3 сформуємо та побудуємо матрицю M вигляду $(a_{ij}; k_{ij})$, де a_{ij} – значення аерації в i -ий момент часу для j -го сценарію, k_{ij} – значення концентрації забруднення.

$$M = \begin{pmatrix} (1,306; 1,278) & (1,422; 1,416) & (1,556; 1,567) & (1,913; 1,237) & (1,549; 1,263) \\ (1,236; 1,012) & (1,474; 1,167) & (1,756; 1,369) & (1,747; 0,963) & (1,552; 0,988) \\ (1,036; 0,937) & (1,306; 1,071) & (1,691; 1,307) & (1,431; 0,896) & (1,373; 0,910) \\ (0,918; 0,921) & (1,169; 1,031) & (1,630; 1,294) & (1,265; 0,887) & (1,261; 0,893) \\ (0,868; 0,919) & (1,085; 1,011) & (1,601; 1,292) & (1,202; 0,890) & (1,212; 0,891) \\ (0,850; 0,920) & (1,035; 0,998) & (1,591; 1,293) & (1,184; 0,893) & (1,194; 0,892) \\ (0,845; 0,921) & (1,002; 0,987) & (1,589; 1,294) & (1,181; 0,894) & (1,189; 0,893) \\ (0,844; 0,922) & (0,977; 0,977) & (1,588; 1,294) & (1,182; 0,894) & (1,187; 0,894) \end{pmatrix}$$

З метою візуального представлення точок матриці M виконано побудову графіка на рисунку 4, на якому кожна точка відповідає певному моменту часу та певному сценарію з матриці.

Горизонтальна вісь відображає значення потужності аерації, а вертикальна – відповідну концентрацію забруднення.

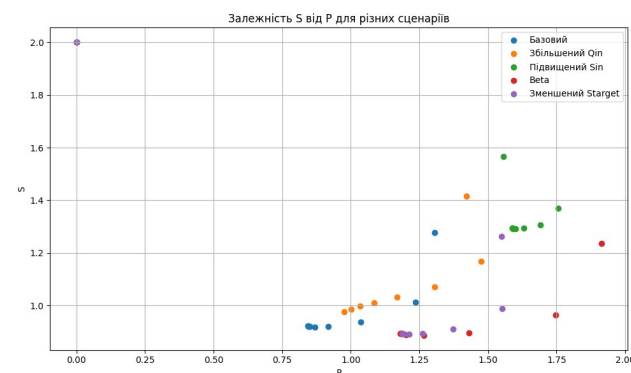


Рис. 4. Залежність S від P для різних сценаріїв.

Такий графік дозволяє легко виявити тенденції та співвідношення між енергоспоживанням і якістю очищення, а також визначити області оптимального функціонування.

3.2. Арбітражне рішення Неша

Отримані значення P і S для різних сценаріїв візуалізовано у вигляді графіка, що дозволяє виділити Парето-оптимальну множину на виділеній границі багатокутника для арбітражного рішення Неша[3].

Серед множини симульованих точок обрано ті, які утворюють умовну «північно-східну» межу PQ зображену на рисунку 5.

Знаходимо точку $M^*(x, y)$, яка представляє оптимальний компроміс для ефективної роботи обчислювальних споруд де: x – оптимальна потужність, y – оптимальна концентрація

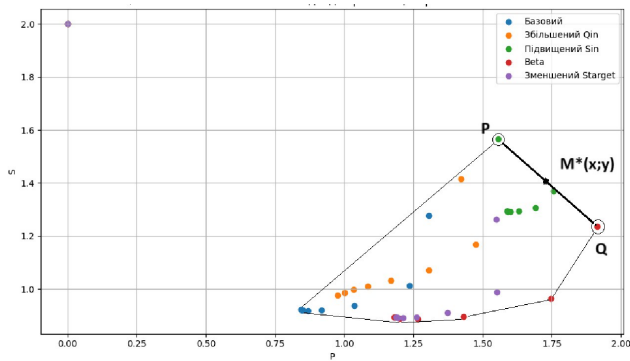


Рис. 5. Виділення Парето-оптимальної множини.

На основі цієї точки сформульовано арбітражне рішення Неша, яке полягає у реалізації змішаної стратегії оптимального керування частина станцій працює за сценарієм P з частотою λ , інші – за сценарієм Q з частотою $(1 - \lambda)$, де $0 \leq \lambda \leq 1$. Наприклад, якщо $P = \frac{4}{7}$, $Q = \frac{3}{7}$, то з семи станцій чотири працюють у більш інтенсивному режимі P , а три — у режимі Q .

Такий підхід дозволяє гнучко реагувати на зміни умов навантаження та забезпечити оптимальне функціонування всієї системи. Розподіл між сценаріями визначається з урахуванням рівноважного стану, за якого жодна зі сторін не може покращити свій показник без погіршення іншого. Саме це відповідає концепції арбітражного рішення Неша, яка дозволяє визначити точку стабільного компромісу в багато-критеріальній системі оптимального управління.

Таким чином, отримане рішення є стратегічно обґрунтованим для довготривалого функціонування очисних споруд у режимі енергоефективності й екологічної відповідності.

Висновки

У даному дослідженні було запропоновано підхід до оптимізації витрат на станціях аерації, що ґрун-

тується на математичному моделюванні динаміки процесів аерації за допомогою системи диференціальних рівнянь.

Застосування методів оптимізації, зокрема, концепції арбітражного рішення Неша, дозволило сформулювати стратегії керування, що забезпечують компроміс між оптимізацією витрат та дотриманням вимог до якості очищення стічних вод. Отримані результати демонструють потенційну можливість досягнення значного зниження енергоспоживання.

Обраний підхід має високу гнучкість, що відкриває можливості для його подальшого вдосконалення, зокрема із залученням реальних даних моніторингу для прогнозування оптимальних режимів роботи.

У подальших дослідженнях доцільно розширити модель, включивши сезонні коливання температури, варіативність у складі стічних вод, а також економічну вартість електроенергії, що дозволить адаптувати керування до реальних виробничих умов.

Перелік використаних джерел

1. Constantin M., Dobre C., Oprea M. Mathematical Modeling of Oxygen Transfer Using a Bubble Generator at a High Reynolds Number: A Partial Differential Equation Approach for Air-to-Water Transfer // *Inventions*. — 2024. — Т. 9, № 76. — DOI: [10.3390/inventions9040076](https://doi.org/10.3390/inventions9040076).
2. Kuş B., Kara T. Modeling and simulation of an optimal unified tank model for aeration-sedimentation processes in wastewater treatment plants // *Journal of Water Process Engineering*. — 2020. — Т. 37. — С. 101487. — DOI: [10.1016/j.jwpe.2020.101487](https://doi.org/10.1016/j.jwpe.2020.101487).
3. Optimization of a real municipal sewage treatment plant using CRFSMA algorithm and a mathematical model / C. Lu, Y. Chen, B. Eskandarpour, K. Alnowibet // *Heliyon*. — 2024. — Т. 10, № 15. — DOI: [10.1016/j.heliyon.2024.e34785](https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e34785).